İSPAT:

$"\Rightarrow"$: $\forall A, B \subset X, f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$ olsun. f'in 1-1 olduğunu ispatlayalım. $x_1, x_2 \in X$ ve $x_1 \neq x_2$ olsun. $A = \{x_1\}$ ve $B = \{x_2\}$ olarak seçersek $A \cap B = \varnothing$ olduğundan $f(A \cap B) = \varnothing$ olur. Öte yandan $f(A) = \{f(x_1)\}$ ve $f(B) = \{f(x_2)\}$ olduğundan $\{f(x_1)\} \cap \{f(x_2)\} = f(A) \cap f(B) \overset{(hipotezden)}{=} f(A \cap B) = \varnothing$ olur. Dolayısıyla $f(x_1) \neq f(x_2)$'dir. Yani f, 1-1'dir.

$"\Leftarrow"$: f, 1-1 olsun. $\forall A, B \subset X, f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$ olduğunu ispatlayalım. $A, B \subset X$ keyfi verilsin. Sonuç1'in "b" şıkkından biliyoruz ki f herhangi bir fonksiyon ise $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$'dir. 1-1'liği kullanarak tersini ispatlayalım. $y \in f(A) \cap f(B)$ olsun. $y \in f(A)$ olduğundan $\exists x_1 \in A : f(x_1) = y$ ve $y \in f(B)$ olduğundan $\exists x_2 \in B : f(x_2) = y$. $f(x_1) = f(x_2)$ ve f, 1-1 olduğundan $x_1 = x_2$. $x_1 \in A$'dır, bunun yanı sıra $x_1 = x_2 \in B$ olduğundan $x_1 \in A \cap B$'dir. O halde $y = f(x_1) \in f(A \cap B)$ sağlanır. Dolayısıyla $f(A) \cap f(B) \subset f(A \cap B)$'dir. Sonuç olarak $\forall A, B \subset X$, $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$ sağlanır.