

İSPAT:

i) $\forall a \in X, \exists i \in I : a \in A_i \Rightarrow aRa \Rightarrow R$ yansıyan,

ii) $aRb \Rightarrow \exists i \in I : a, b \in A_i \Rightarrow b, a \in A_i \Rightarrow bRa \Rightarrow R$ simetrik,

iii) $aRb \wedge bRc \Rightarrow \exists i, j \in I : a, b \in A_i \wedge b, c \in A_j$. O halde $b \in A_i \cap A_j \neq \emptyset$ 'dir. $\{A_i\}_{i \in I}$ ailesi X kümesinin bir parçalanışı olduğundan ayrıktır. Buradan $A_i = A_j$ elde edilir. O halde $i = j$ 'dir. Sonuç olarak $a, c \in A_i \Rightarrow aRc$ elde edilir. Yani R geçişkendir.

Buradan R bağıntısının bir denklik bağıntısı olduğu elde edilir. Şimdi R bağıntısının denklik sınıflarının $\{A_i\}_{i \in I}$ ailesini verdiğini ispatlayalım.

$i \in I$ verilsin. A_i kümesinin R bağıntısının bir denklik sınıfı olduğunu ispatlayalım.

Hipotezden biliyoruz ki $A_i \neq \emptyset$ 'dir. $\Rightarrow \exists a \in X : a \in A_i$.

$x \in A_i \Leftrightarrow aRx \Leftrightarrow x \in \bar{a}$ olduğundan A_i, R bağıntısının bir denklik sınıfıdır.

Tersine \bar{a}, R bağıntısının bir denklik sınıfı olsun. $\exists i \in I : a \in A_i$.

$x \in A_i \Leftrightarrow aRx \Leftrightarrow x \in \bar{a}$ olduğundan $\bar{a} = A_i$ 'dir.