

İSPAT: Verilen kümeler ailesinin X 'in bir ayrışımı olduğunu göstermek için:

1. $X = \bigcup_{a \in X} \bar{a}$,

2. $\forall a, b \in X, \bar{a} = \bar{b} \vee \bar{a} \cap \bar{b} = \emptyset$ olduğunu göstermek gerekir.

İspat1: $\forall a \in X, \bar{a} \subset X$ olduğundan $\bigcup_{a \in X} \bar{a} \subset X$ 'tir. $\forall x \in X, x \in \bar{x} \Rightarrow x \in \bigcup_{a \in X} \bar{a} \Rightarrow X \subset \bigcup_{a \in X} \bar{a}$

O halde $X = \bigcup_{a \in X} \bar{a}$ 'dir.

İspat2: Varsayalım ki $\bar{a} \cap \bar{b} \neq \emptyset$ ($\bar{a} \cap \bar{b} = \emptyset$ olduğunda gösterecek bir şey yok). O halde

$\exists x \in X : x \in \bar{a} \wedge x \in \bar{b} \Rightarrow x \sim a \wedge x \sim b \Rightarrow a \sim x \wedge x \sim b \Rightarrow a \sim b$. Önerme1'den $\bar{a} = \bar{b}$ sağlanır.

Sonuç olarak $\{\bar{a} : a \in X\} \subset P(X)$ ailesi X 'in bir ayrışımıdır.