İSPAT: X, $\mathbb{Q}$ üzerinde sonlu boyutlu olduğundan, sonlu bir tabanı vardır. Bu tabanı $T=\{t_1,t_2,\dots t_n\}$ ile gösterelim.

$f:\mathbb{Q}^n \to X$, $\forall (p_1,p_2,\dots,p_n)\in \mathbb{Q}^n$ için

$$f(p_1,p_2,\dots,p_n)=p_1t_1+p_2t_2+\cdots+p_nt_n$$

biçiminde bir fonksiyon tanımlayalım ve bu fonksiyonun birebir, örten olduğunu gösterelim:

$(p_1,p_2,\dots,p_n),(q_1,q_2,\dots,q_n)\in \mathbb{Q}^n$ olsun.

$f(p_1,p_2,\dots,p_n)=f(q_1,q_2,\dots,q_n) \Rightarrow p_1t_1+p_2t_2+\cdots+p_nt_n=q_1t_1+q_2t_2+\cdots+q_nt_n$.

$T=\{t_1,t_2,\dots t_n\}$ lineer bağımsız olduğundan $p_1=q_1, p_2=q_2,\dots,p_n=q_n$, yani, $(p_1,p_2,\dots,p_n)=(q_1,q_2,\dots,q_n)$ elde edilir. Dolayısıyla f birebirdir.

$x\in X$ keyfi verilsin. $spanT=X$ olduğundan $\exists (p_1,p_2,\dots,p_n)\in \mathbb{Q}^n$: $x=p_1t_1+p_2t_2+\cdots+p_nt_n \Rightarrow f(p_1,p_2,\dots,p_n)=x$.

Buradan da f fonksiyonunun örten olduğu elde edilir.

$\mathbb{Q}$ sayılabilir olduğundan $\mathbb{Q}^n$ de sayılabilirdir. Buna göre X ile $\mathbb{Q}^n$ arasında birebir ve örten bir fonksiyon bulunduğundan, X'in de sayılabilir olduğu elde edilir.