

İSPAT:

i) $A \neq \emptyset$ olduğundan $a \in A$ vardır. $0 \in K$ seçersek $\theta = 0a \in A$

ii) $x, y \in \text{lin}A \Rightarrow \exists n, m \in \mathbb{N}, \exists c_1, c_2, \dots, c_n, d_1, d_2, \dots, d_m \in K, \exists x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_m \in A$:

$$x = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \text{ ve } y = d_1y_1 + d_2y_2 + \dots + d_my_m$$

$\lambda, \mu \in K$ olsun.

$$\lambda x + \mu y = \lambda(c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n) + \mu(d_1y_1 + d_2y_2 + \dots + d_my_m)$$

$$= \lambda c_1x_1 + \lambda c_2x_2 + \dots + \lambda c_nx_n + \mu d_1y_1 + \mu d_2y_2 + \dots + \mu d_my_m$$

$\lambda c_1, \lambda c_2, \dots, \lambda c_n, \mu d_1, \mu d_2, \dots, \mu d_m \in K$ ve $x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_m \in A$ olduğundan

$\lambda c_1x_1 + \lambda c_2x_2 + \dots + \lambda c_nx_n + \mu d_1y_1 + \mu d_2y_2 + \dots + \mu d_my_m$ toplamı da A 'nın elemanlarının bir

lineer kombinasyonu olduğundan $\lambda x + \mu y \in \text{lin}A$ olur. O halde $\text{lin}A, X$ 'in bir alt uzayıdır.