

İSPAT: " \Rightarrow ": A lineer bağımlı olsun. O halde $\exists d_1, d_2, \dots, d_n \in K$ ve $\exists k = \overline{1, n}$:
 $d_k \neq 0$ ve $d_1 x_1 + d_2 x_2 + \dots + d_n x_n = \theta$.

$$\Rightarrow d_k x_k = -d_1 x_1 - \dots - d_{k-1} x_{k-1} - d_{k+1} x_{k+1} - \dots - d_n x_n.$$

$d_k \neq 0$ olduğundan her iki tarafı d_k 'ya bölersek

$$x_k = -\frac{d_1}{d_k} x_1 - \dots - \frac{d_{k-1}}{d_k} x_{k-1} - \frac{d_{k+1}}{d_k} x_{k+1} - \dots - \frac{d_n}{d_k} x_n$$

elde ederiz. $c_1 = -\frac{d_1}{d_k}, \dots, c_{k-1} = -\frac{d_{k-1}}{d_k}, c_{k+1} = -\frac{d_{k+1}}{d_k}, \dots, c_n = -\frac{d_n}{d_k}$ olarak seçersek

$$x_k = c_1 x_1 + \dots + c_{k-1} x_{k-1} + c_{k+1} x_{k+1} + \dots + c_n x_n$$

biçiminde yazmış oluruz. Bu da bize x_k 'nin diğer elemanların lineer kombinasyonu olarak yazılabildiğini söyler.

" \Leftarrow ": Bir eleman diğerlerinin lineer kombinasyonu biçiminde yazılabilir. O halde $\exists k = \overline{1, n}$ ve $\exists c_1, \dots, c_{k-1}, c_{k+1}, \dots, c_n \in K$: $x_k = c_1 x_1 + \dots + c_{k-1} x_{k-1} + c_{k+1} x_{k+1} + \dots + c_n x_n$.

$$\Rightarrow c_1 x_1 + \dots + c_{k-1} x_{k-1} + (-1) x_k + c_{k+1} x_{k+1} + \dots + c_n x_n = \theta.$$

$c_k = -1$ dersek $c_k \neq 0$ olduğundan $x_1, x_2, \dots, x_n \in X$ lineer bağımlıdır.