

İSPAT: Simetri özelliğinden ve denklik sınıfının tanımından

$$a \sim b \Leftrightarrow a \in \bar{b} \Leftrightarrow b \in \bar{a}$$

olduğu açıktır. $a \sim b \Leftrightarrow \bar{a} = \bar{b}$ olduğunu ispatlamak yeterlidir.

$a \sim b$ olsun.

$x \in \bar{a} \Rightarrow x \sim a$. $a \sim b$ olduğundan ve geçişkenlikten $x \sim b \Rightarrow x \in \bar{b} \Rightarrow \bar{a} \subset \bar{b}$

$x \in \bar{b} \Rightarrow x \sim b$. $a \sim b \Rightarrow b \sim a$ 'dır. Geçişkenlikten $x \sim a \Rightarrow x \in \bar{a} \Rightarrow \bar{b} \subset \bar{a}$. O halde $\bar{a} = \bar{b}$ sağlanır.

Tersine $\bar{a} = \bar{b}$ olsun. $a \in \bar{a} \Rightarrow a \in \bar{b} \Rightarrow a \sim b$ 'dir.