**İSPAT: a)** $boyX = n$ ve $M \subset X$ bir altuzay olsun. O halde $(M,+,\cdot)$ kendi başına bir lineer uzaydır. Her lineer uzayın en az bir tabanı olduğundan $M$ 'nin bir tabanı vardır. Bu tabanı $B$ ile gösterelim. $B \subset M$ ve $M \subset X$ olduğundan $B \subset X$ 'tir. Ayrıca $B$, $M$ 'nin bir tabanı olduğundan lineer bağımsızdır. O halde Vektör Uzaylarında Tabanlar konumuzdaki Teorem1'e göre $B$'yi içeren $X$ 'in bir $A$ tabanı vardır. $boyX = n$ olduğundan $A$'nın eleman sayısı $n$'dir. Öte yandan $B \subset A$ olduğundan $B$'nin eleman sayısı $n$'den küçüktür. $B$'nin eleman sayısı, zaten $boyM$ olacağından $boyM \leq boyX$ sağlanır.

**b)** $boyM = boyX = n$ yazalım. O halde $X$ 'in $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ biçiminde ve $M$ 'nin $\{y_1, y_2, \ldots, y_n\}$ biçiminde tabanları vardır. $\{y_1, y_2, \ldots, y_n\}$ kümesi $M$ 'nin tabanı olduğuna göre lineer bağımsızdır. Vektör Uzaylarında Tabanlar konumuzdaki Sonuç3'e göre lineer bağımsız ve $n$ elemanlı her küme $X$ 'in bir tabanıdır. Buna göre $\{y_1, y_2, \ldots, y_n\}$ kümesi hem $M$ 'nin hem de $X$ 'in bir tabanı olduğundan $M = X$ 'tir.

**c)** $M \subset X$ altuzayı sonsuz boyutlu fakat $X$ sonlu boyutlu olsun. O halde "a" şıkkına göre $boyM \leq boyX$ olması gerektiğinden $M$ de sonlu boyutlu olurdu. Bu ise çelişkidir. Dolayısıyla $X$ sonsuz boyutludur.