i) Her küme evrensel kümenin alt kümenin alt kümesi olduğundan $\varnothing^C \subset E$ sağlanır. Tersini gösterelim: $x \in E$ olsun. $x \notin \varnothing$ olduğundan $x \in \varnothing^C \Rightarrow E \subset \varnothing^C$ O halde $\varnothing^C = E$ olur.

ii) Bu yargının ispatı çok açıktır. Çünkü $x \in E^C$ yani $x \notin E$ olduğunu varsayarsak E'de olmayan bir eleman olduğunu varsaymış oluruz. Hâlbuki E çalıştığımız en geniş kümedir. O halde $E^C = \varnothing$'dir.

iii) $A = \varnothing$ ise (i) ve (ii) kullanılarak $\left(A^C\right)^C = \left(\varnothing^C\right)^C = E^C = \varnothing = A$ olur. $A = E$ ise yine (i) ve (ii) kullanılarak $\left(A^C\right)^C = \left(E^C\right)^C = \varnothing^C = E = A$ elde edilir. Şimdi $A \neq \varnothing$ ve $A \neq E$ olsun. Bu takdirde $x \in \left(A^C\right)^C \Leftrightarrow x \notin A^C \Leftrightarrow x \in A$ olduğundan $\left(A^C\right)^C = A$ elde edilir.

iv) $\left(\bigcup_{i \in I} A_i\right)^C = \varnothing$ olsun. Gösterelim ki $\bigcap_{i \in I} A_i^C = \varnothing$'dir. Aksini varsayalım. $\bigcap_{i \in I} A_i^C \neq \varnothing$ olsun. O halde $\exists x \in E : \forall i \in I, x \in A_i^C \Rightarrow \exists x \in E : \forall i \in I, x \notin A_i$'dir. Yani x, A_i'lerin hiçbirinde yoktur. O halde x, A_i'lerin birleşiminde de yoktur. Çünkü birleşimlerinde olsaydı en az birinde olmak zorundaydı. Dolayısıyla $x \notin \bigcup_{i \in I} A_i$. Yani $x \in \left(\bigcup_{i \in I} A_i\right)^C$ bu ise çelişkidir. Dolayısıyla varsayımımız olan $\bigcap_{i \in I} A_i^C \neq \varnothing$ yanlıştır. O halde $\bigcap_{i \in I} A_i^C = \varnothing$'dir.

Şimdi $\left(\bigcup_{i \in I} A_i\right)^C \neq \varnothing$ varsayalım.

$$x \in \left(\bigcup_{i \in I} A_i\right)^C \Leftrightarrow \sim [\exists i \in I : x \in A_i] \Leftrightarrow \forall i \in I, x \notin A_i \Leftrightarrow \forall i \in I, x \in A_i^C \Leftrightarrow x \in \bigcap_{i \in I} A_i^C$$

O halde

$\left(\bigcup_{i \in I} A_i\right)^C = \bigcap_{i \in I} A_i^C$'dir.

v) (iv) şıkkında A_i ler yerine A_i^C'ler alalım. O halde $\left(\bigcup_{i\in I} A_i^C\right)^C = \bigcap_{i\in I}\left(A_i^C\right)^C \Rightarrow \left(\bigcup_{i\in I} A_i^C\right)^C = \bigcap_{i\in I} A_i$ olur. İki taraftan tekrar komplement alınırsa komplementin komplementi kümenin kendisi olacağından $\left(\bigcap_{i\in I} A_i\right)^C = \bigcup_{i\in I} A_i^C$ olur. İspat biter.